

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ – НИЗОВИ

* Израчунати граничну вредност:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3 - (2n-1)^3}{(2n+1)^2 + (2n-1)^2}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n^2+1)^2 - (n^2-1)^2}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n})$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2-5n+3} - \sqrt{n^2+3n-5}}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(\sqrt{4n+5} - \sqrt{4n-3})}{\sqrt{4n-2}}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n-1}}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}$$

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{2n+1} - \sqrt[3]{2n-1})$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^3+2n^2} - n)$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n+2} \right)^{2n}$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+3n+5}{n^2+5n+3} \right)^{3n+5}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3+2n^2}{n^3+2n^2+3n} \right)^{2n^2}$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(3n+2) - \ln 3n)$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{2n^2+3n}$$

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{5n^3+3^n}$$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{n^2+4^n}{n+5^n}}$$

$$31) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27-1}}{\sqrt[3]{3-1}}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^4 - (n-1)^4}{(2n+1)^4 + (n-1)^4} = \frac{15}{4}$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n+2} - \sqrt{n^2-4n+3})$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{n^2(\sqrt{n^2+2}-n)}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - \sqrt{16n^2+3}}{\sqrt{9n^2+4} - 3n}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+n} - n - 1}$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n^2}(\sqrt[3]{2n+1} - \sqrt[3]{2n-2})$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^6+2n^4+1} - n^2)$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{3n-2} \right)^{n-3}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+4n-2}{n^2+4n+3} \right)^{n^2+5n}$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} n \ln \left(\frac{2n+3}{2n} \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(2^n+3) - \ln(2^n+1))$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{2+3^n}$$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{7^n+5^n}$$

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{2^n+3^n}{n^3+4^n}}$$

$$32) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{3-1}}{\sqrt[3]{9-1}}$$

Лаукобук Ана 1063/04

$$A^3 + B^3 = A^3 \pm 3A^2B + 3AB^2 \pm B^3$$

$$(A \pm B)^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$33) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{16} - 1}{\sqrt[n]{2} - 1}$$

$$35) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot (-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 2 \cdot 3^{n+1}}$$

$$37) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3n^3}{n^5 + 3 \cdot 2^{n+1}}$$

$$39) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + n^2 2^n - 1}{n^4 + (n!)^2}$$

$$41) \lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{3}{2}} (\sqrt{n+1} + \sqrt{n-1} - 2\sqrt{n})$$

$$43) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}} \right)$$

$$34) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^n - 3 \cdot 5^{n+1}}{100 \cdot 2^n + 2 \cdot 5^n}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-5)^n + 2 \cdot 3^n}{3^{n+1} - 2 \cdot (-5)^{n+1}}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10^n + n!}{2^n + (n+1)!}$$

$$40) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{n+1}}{\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n}}$$

$$42) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$$

ИСПИТ – НИЗОВИ

* Доказати да је низ (x_n) дефинисан са :

$$1. x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_{n+1} = x_n^3 - 2x_n^2 + x_n, \quad \textcircled{2}. x_1 = \frac{7}{2}, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2 - 6}{2x_n - 5}, \quad n \in N$$

$$3. x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{4x_n}{x_n + 3}, \quad n \in N, \quad 4. x_1 = \frac{1}{4}, \quad x_{n+1} = \frac{1}{4} + \frac{x_n^2}{2}, \quad n \in N$$

$$\textcircled{5}. x_1 = 0, \quad x_{n+1} = x_n + \left(x_n - \frac{1}{3}\right)^2, \quad 6. x_1 = \sqrt{3}, \quad x_{n+1} = \sqrt{3 + x_n}, \quad n \in N$$

$$7. x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \frac{2(2x_n + 1)}{x_n + 3}, \quad n \in N, \quad 8. x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2}{2x_n - 1}, \quad n \in N$$

конвергентан и одредити $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

9. Нека је $f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$.

а) Испитати монотоност функције $f(x)$.

б) Ако је $x_1 = 2$ и $x_{n+1} = f(x_n)$, $n \in N$ доказати да је низ (x_n) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

10. Нека је $f(x) = \frac{1}{3}(x + \sin x)$.

а) Испитати монотоност функције $f(x)$.

б) Ако је $x_1 = 1$ и $x_{n+1} = f(x_n)$, $n \in N$ доказати да је низ (x_n) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

11. Нека је $f(x) = \frac{x^2 + 6}{2x + 5}$.

а) Испитати монотоност функције $f(x)$.

б) Ако је $x_1 = -7$ и $x_{n+1} = f(x_n)$, $n \in N$ доказати да је низ (x_n) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

12. Нека је $f(x) = x - \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$.

а) Испитати монотоност функције $f(x)$.

б) Ако је $x_1 = 0$ и $x_{n+1} = f(x_n)$, $n \in N$ доказати да је низ (x_n) конвергентан и наћи $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ - ИНТЕГРАЛИ

1. Израчунати неодређене интеграле:
(Смена променљиве)

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}, \textcircled{2} \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx, \textcircled{3} \int \frac{\ln^2 x}{x} dx, \textcircled{4} \int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx, \textcircled{5} \int \frac{dx}{\sqrt{x+4}\sqrt{x}}, \\ & \textcircled{6} \int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}, \textcircled{7} \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx, \textcircled{8} \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{(1+x)\sqrt{x}} dx, \textcircled{9} \int \frac{e^x dx}{e^{2x}+9}, \textcircled{10} \int \frac{x^4 dx}{1+x^2}, \\ & \textcircled{11} \int \frac{dx}{2x^2-5x+7}, \textcircled{12} \int \frac{3x-2}{2-3x+5x^2} dx, \textcircled{13} \int \frac{dx}{\sqrt{2+3x-2x^2}}, \textcircled{14} \int \frac{3x-6}{\sqrt{x^2-4x+5}} dx. \end{aligned}$$

(Парцијална интеграција)

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \int x^2 \ln x dx, \textcircled{2} \int x^3 e^{3x} dx, \textcircled{3} \int x^2 \sin 2x dx, \textcircled{4} \int x \cos^2 x dx, \textcircled{5} \int \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx, \\ & \textcircled{6} \int e^x \sin 2x dx, \textcircled{7} \int x \arctg x dx, \textcircled{8} \int \arctg \sqrt{x} dx, \textcircled{9} \int x \ln(x-1) dx. \end{aligned}$$

(Интеграција рационалне функције)

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \int \frac{dx}{2x^2-3x-2}, \textcircled{2} \int \frac{xdx}{(x+1)(x+2)(x-3)}, \textcircled{3} \int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x} dx, \textcircled{4} \int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+8}, \\ & \textcircled{5} \int \frac{3x^3-5x+8}{x^2-4} dx, \textcircled{6} \int \frac{dx}{x^3+1}, \textcircled{7} \int \frac{xdx}{x^3-1}, \textcircled{8} \int \frac{xdx}{x^3-6x+2}, \textcircled{9} \int \frac{x-5}{x^3-3x^2+4} dx, \\ & \textcircled{10} \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)}, \textcircled{11} \int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx, \textcircled{12} \int \frac{x^2 dx}{(x+1)(x^3+1)}. \end{aligned}$$

(Интеграција тригонометријских функција)

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \int \frac{dx}{1+\sin x}, \textcircled{2} \int \frac{dx}{3+5\cos x}, \textcircled{3} \int \frac{dx}{4\cos x-3\sin x-5}, \textcircled{4} \int \frac{dx}{\sin x(2\cos^2 x-1)}, \\ & \textcircled{5} \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x+1} dx, \textcircled{6} \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x}, \textcircled{7} \int \frac{\cos^3 x}{\sin^6 x} dx, \textcircled{8} \int \frac{dx}{\sin^3 x \cos x}, \\ & \textcircled{9} \int \frac{2\lg x+3}{\sin^2 x+2\cos^2 x} dx, \textcircled{10} \int \frac{\cos^5 x+\cos^3 x}{\sin^4 x+\sin^2 x} dx. \end{aligned}$$

2. Израчунати одређене интеграле:

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \int_1^9 \sqrt[3]{x-1} dx, \textcircled{2} \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 x dx, \textcircled{3} \int_1^e \frac{dx}{x \ln x}, \textcircled{4} \int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}, \textcircled{5} \int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3} dx, \\ & \textcircled{6} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}, \textcircled{7} \int_0^1 x e^{-x} dx, \textcircled{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x dx, \textcircled{9} \int_0^{2\pi} \sqrt{1+\cos 2x} dx, \\ & \textcircled{10} \int_0^2 |1-x| dx, \textcircled{11} \int_0^1 \arcsin x dx, \textcircled{12} \int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx. \end{aligned}$$

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ - НУМЕРИЧКА МАТЕМАТИКА

1. Написати Маклоренов полином трећег степена дате функције:

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} f(x) = \sqrt[3]{2x+1} \quad , \quad \textcircled{2} f(x) = \ln(1-2x) \quad , \quad \textcircled{3} f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x+3}{x-3} \\ & \textcircled{4} f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{1+x}} \quad , \quad \textcircled{5} f(x) = xe^{-2x} \quad , \quad \textcircled{6} f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}} \end{aligned}$$

2. Написати Маклоренов полином четвртог степена дате функције:

$$\textcircled{1} f(x) = x^2 \cos 5x \quad , \quad \textcircled{2} f(x) = x^2 \sqrt{1+x} \quad , \quad \textcircled{3} f(x) = x \sin 2x$$

3. Написати Тејлоров полином дате функције у околини тачке x_0 :

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \quad , \quad x_0 = 5 \quad , \quad T_2(x) \quad , \quad \textcircled{2} f(x) = \ln(1+2x) \quad , \quad x_0 = 4 \quad , \quad T_2(x) \quad , \\ & \textcircled{3} f(x) = x^2 \ln x \quad , \quad x_0 = e \quad , \quad T_2(x) \quad , \quad \textcircled{4} f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1} \quad , \quad x_0 = 1 \quad , \quad T_2(x) \quad , \\ & \textcircled{5} f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad , \quad x_0 = \frac{5}{4} \quad , \quad T_3(x) \quad , \quad \textcircled{6} f(x) = \frac{1}{\sqrt{7-x}} \quad , \quad x_0 = -1 \quad , \quad T_3(x) \end{aligned}$$

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$$

$$(2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!} ; \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$$

$$(3) \text{Зомени } f(x) = \sqrt{\ln x + 1} ; f(x) = \sqrt{\ln(\ln(-x))}$$

$$(4) \text{Найти косу асимптоту } f(x) = x + \arctg x ; f(x) = 2x + \arctg x$$

$$(5) f(x) = \ln^2(3^x + 1) \quad f'(x) = ?$$

$$(6) \int x e^{-3x} dx$$

$$(7) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$$

$$(8) \text{Написать Маклоренов полином третьей степени за ф-у } f(x) = \ln(1 - 2x)$$

$$(9) \text{Определить о-ну динормале за криву } \vec{r}(t, -t^2, e^t) \text{ у точки } M(0, 0, 1), \text{ за кою } \text{де } t = 0.$$

$$(10) f'(1) = ? \quad f(x) = \ln^2(3^x + 1)$$

$$(11) z = \sin(2xy^2) \quad \text{Найти } \frac{\partial z}{\partial x} = ? \quad \frac{\partial z}{\partial y} = ?$$

~~(12)~~

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ - РЕДОВИ

Редови са позитивним члановима

1. Испитати конвергенцију реда (поредбени критеријум):

$$\begin{aligned}
 & \checkmark 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^2 - (1-n)^2}{(n+1)^3 - (n-1)^3}, \quad \textcircled{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+2}}{5+n^2}, \quad \textcircled{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+2n}}{3n+\sqrt{n^3}}, \quad \checkmark 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[4]{n^7+3n^2}}, \\
 & \checkmark 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}, \quad \checkmark 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2-2}}{n}, \quad \textcircled{7} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+1})}, \\
 & \checkmark 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n}}, \quad \textcircled{9} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(2n+1)-\ln 2n}{n}, \quad \textcircled{10} \sum_{n=1}^{\infty} n^2(\ln(n^3+3)-\ln n^3).
 \end{aligned}$$

2. Одредити $p \in \mathbb{R}$ за које дати ред конвергира (поредбени критеријум):

$$\begin{aligned}
 & \checkmark 1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n}-1}{n^p+2}, \quad \textcircled{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n^p+2)^3}, \quad \checkmark 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{2n-1}}{(n^2+1)^p}, \quad \textcircled{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+1)^p \sqrt{n}}{(2n^p)^4}, \\
 & \checkmark 5) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})^p, \quad \checkmark 6) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2}}{n^p}, \quad \checkmark 7) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})^p}{\sqrt[3]{n}}.
 \end{aligned}$$

3. Испитати конвергенцију реда (Даламберов критеријум):

$$\begin{aligned}
 & \checkmark 1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}, \quad \checkmark 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}, \quad \textcircled{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}, \quad \textcircled{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^3 3^n}, \quad \checkmark 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}, \\
 & \textcircled{6} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}, \quad \checkmark 7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+1}{n!}, \quad \checkmark 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}, \quad \textcircled{9} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2+2n}, \quad \textcircled{10} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n n^2}, \\
 & \checkmark 11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{4^n+3^n}, \quad \textcircled{12} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{3^n n!}, \quad \textcircled{13} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!!}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n+1)}, \quad \textcircled{14} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}, \\
 & \checkmark 15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 6 \cdot 11 \cdots (5n+1)}{2^n (2n+1)!!}, \quad \textcircled{16) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdots (4n-2)}{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdots (3n+1)}, \quad \checkmark 17) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdots (3n+1)}{(2n)!!}, \\
 & \textcircled{18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{100 \cdot 102 \cdots (98+2n)}{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}, \quad \textcircled{19) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdots (3n+2)}{2^n n!}, \quad \textcircled{20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{\pi^n (n!)^2}.
 \end{aligned}$$

4. Испитати конвергенцију реда (Кошијев критеријум):

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3 + 3n^2}{4^n}, \quad \textcircled{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{3^n + 5^n}, \quad \textcircled{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{n^4 + 2n^3}, \quad \textcircled{4} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{n^2}, \\
 & \textcircled{5} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{3n+1} \right)^{n(n-1)}, \quad \textcircled{6} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5}{n^2+6} \right)^{n^3}, \quad \textcircled{7} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n}+2}{3+\sqrt{n}} \right)^{n^{\frac{1}{2}}}, \quad \textcircled{8} \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3n+4}{4n+5} \right)^n, \\
 & \textcircled{9} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left(\frac{n}{2n+1} \right)^n, \quad \textcircled{10} \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{2n-1}{2n+2} \right)^{n^2}, \quad \textcircled{11} \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}, \quad \textcircled{12} \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{3n}{3n-2} \right)^{n(n-1)}, \\
 & \textcircled{13} \sum_{n=1}^{\infty} \ln^n \frac{2n+1}{n}, \quad \textcircled{14} \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^n, \quad \textcircled{15} \sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} \left(\frac{2n+3}{2n} \right)^{n^2}, \quad \textcircled{16} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n+1}{5n-3} \right)^{\frac{n}{2}} \left(\frac{5}{6} \right)^{\frac{2n}{3}}.
 \end{aligned}$$

Алтернативни редови

5. Испитати апсолутну и условну конвергенцију реда:

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt[4]{n^3+2n}}, \quad \textcircled{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^2+1}}, \quad \textcircled{3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^3+2}}, \\
 & \textcircled{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n-1)}{\sqrt{n+2}}, \quad \textcircled{5} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n^5}}{\sqrt[3]{n^2+2}}, \quad \textcircled{6} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+3}{\sqrt{n^5+3n}}, \\
 & \textcircled{7} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{\sqrt[3]{n^{10}+2n^5}}, \quad \textcircled{8} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{n}.
 \end{aligned}$$

ПРЕЛИМИНАРНИ ТЕСТ - ФУНКЦИЈЕ

1. Дате су функције :

1) $f(x) = \frac{(x-2)^3}{x^2+x+1}$

2) $f(x) = \frac{x^4}{(1-x)^3}$

3) $f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^3}$

4) $f(x) = (x-5)e^{\frac{1}{x-3}}$

5) $f(x) = (x-2)e^{-\frac{1}{x}}$

6) $f(x) = (x+1)e^{\frac{x+2}{x+3}}$

7) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-2}}$

8) $f(x) = \frac{2-x}{\sqrt{x^2+1}}$

9) $f(x) = x\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

10) $f(x) = \sqrt[3]{x^3+3x^2}$

11) $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2-1}}$
DA PITAM

12) $f(x) = (x+1)^3 x^{\frac{2}{3}}$

13) $f(x) = \ln \frac{x}{x^2-1}$

14) $f(x) = \ln(1+\cos x)$

15) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\ln^2 x}$

16) $f(x) = \arctg \frac{x-2}{x+1}$

17) $f(x) = x + \arctg \frac{1-x}{1+x}$

18) $f(x) = \arctg \frac{x^2+1}{x^2-1}$

19) $f(x) = \arcsin \frac{1-x}{1-2x}$

20) $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$

21) $f(x) = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$

Одредити :

1° област дефинисаности

2° парност

3° нуле и знак

4° асимптоте а) вертикалне б) хоризонталне

5° тачке екстремума и интервале монотоности

6° превојне тачке и интервале конвексности и конкавности

7° график

2. Израчунати граничне вредности :

1) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{x^2+16}-4}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x \sin x}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lg x - \sin x}{x^3}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{\lg 2x}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x^2)}{\sin^2 3x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x}-1}{\sin 5x}$

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-4} \right)^{\frac{x+1}{3}}$

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-2} \right)^{x^2}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\lg x^2}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - \cos ax}{e^{bx} - \cos bx}$

14) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$

15) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}}$

3. Израчунати несвојствене интеграле:

- 1) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$, 2) $\int_{-1}^1 e^{\frac{1}{x}} \frac{dx}{x^3}$, 3) $\int_0^1 \frac{dx}{x \ln^2 x}$, 4) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)} \arcsin x}$, 5) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x-1}}$ ✓
 6) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x}}$, 7) $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$, 8) $\int_{-\infty}^0 \frac{(x+1)dx}{x^2+1}$

4. Израчунати површину фигуре ограничене датим кривама:

- 1) $xy=6$, $x+y=7$, 2) $y^2=x+1$, $y=-x+1$
 3) $y=e^{2x}$, $y=e^{-2x}$, $x=1$, 4) $y^2=-x-2$, $y=-x-2$
 5) $y=\sin x$, $y=\frac{2x}{\pi}$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 6) $y=x-\frac{\pi}{2}$, $y=\cos x$, $x=0$.

5. Израчунати дужину лука криве:

- 1) $y=\ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$, 2) $y=\arcsin e^x$, $-\ln 7 \leq x \leq -\ln 2$,
 3) $y=\ln x$, $2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{6}$, 4) $y=\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2}\ln x$, $1 \leq x \leq e$.

6. Израчунати запремину тела насталог ротацијом дате криве око x-осе:

- 1) $y=\cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 2) $y=x^2-3$, $y=-2$,
 3) $y=x$, $y=\frac{1}{x}$, $x=3$, 4) $y=\sin x$, $y=\frac{2x}{\pi}$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$,
 5) $y=\frac{\ln x}{x}$, $y=0$, $1 \leq x \leq e$, 6) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$.